

INFOMAT@PLI
Revista de la Sociedad Peruana de Matemática
Aplicada y Computacional - SPMAC

SPMAC
CUSCO – PERÚ

Agosto 2010



Presentación

El inicio del primer *Panamerican Workshop on Computational and Applied Mathematics*, evento que vio el nacer de la Sociedad peruana de Matemática Aplicada y computacional (SPMAC); se da en la ciudad de Trujillo - Perú en el año 2000 cuyo organizador fue la Universidad Nacional de Pedro Ruíz Gallo - Lambayeque. A partir de la fecha la SPMAC, organiza los Congresos Internacionales de Matemática Aplicada y Computacional (CIMAC).

El I CIMAC se llevó a cabo en la ciudad de Trujillo - Perú, del 14 al 21 de marzo del 2001, con la participación de 30 expositores extranjeros y 50 peruanos, contando con una asistencia de 300 personas.

El II CIMAC fue coorganizado con la Facultad de Ingeniería de Sistemas de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos de Lima - Perú. En esa oportunidad se contó con la participación de 25 expositores extranjeros y 70 peruanos, contando con una asistencia de 400 personas.

El III CIMAC se llevó a cabo en la Universidad del Callao de Lima - Perú, contando con la participación de 7 expositores extranjeros y 40 peruanos.

El IV CIMAC fue coorganizado por la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad Nacional Pedro Ruíz Gallo - Perú, contó con la participación de 10 expositores extranjeros y 40 peruanos.

Ahora tenemos el privilegio de ser sede del **V Congreso Internacional de Matemática Aplicada y Computacional - CIMAC**, organizado por la Facultad de Ciencias Químicas, Físicas y Matemáticas, Departamento Académico de Matemática y Coordinación de la Carrera Profesional de Matemática de la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco - Perú, espera contar con la mayor participación de expositores extranjeros, nacionales y la participación de estudiantes, profesionales y público en general, para lo cual la comisión Organizadora está haciendo todo el esfuerzo necesario para cumplir con los objetivos trazados.

En espera de su presencia en esta nuestra hermosa Ciudad del Cusco, que realzará más los lazos de amistad e integración definitiva.

Atentamente

La Comisión Organizadora

Objetivos

Los objetivos del V CIMAC son:

1. Mostrar las Aplicaciones de la Matemática en las diferentes áreas del conocimiento.
2. Crear conciencia en las instituciones involucradas del uso de la matemática para perfeccionar sus investigaciones.
3. Motivar a los especialistas en la generación y uso de modelos computacionales.
4. Fomentar la investigación científica en los estudiantes en el campo de la matemática y sus aplicaciones.

Temas

Los temas a tratar en el V CIMAC son:

- Matemática Industrial.
- Modelamiento matemático en Ingeniería.
- Ingeniería Matemática.
- Industria Textil.
- Análisis y Procesamiento de Imágenes.
- Industria Petrolera y Derivados.
- Aplicaciones a las Operaciones de Procesos.
- Teoría de Control.
- Control Óptimo y Cálculo de Variaciones.
- Ingeniería Ambiental.
- Estocástica y sus Aplicaciones.
- Radio, Comunicación, Telefonía y Transporte.
- Aplicaciones de Análisis y Métodos Numéricos.
- Meteorología, Climatología y Oceanografía.
- Computación Científica.
- Industria Minera y Geológica.
- Dinámica de Fluidos Computacional y Flujos en Medios Porosos.
- Ingeniería Genética.
- Dinámica de Estructuras.
- Industria Farmacéutica.
- Wavelets y sus Aplicaciones.
- Biomatemática.
- Sistemas Integrados de Computación.
- Enseñanza de la Matemática.
- Diseño Geométrico Asistido por Computador.
- Robótica.
- Diseño de Sistemas Óptimos con Múltiples Objetivos.

Comité Científico

Comité Científico Internacional

- José Castillo Universidad de San Diego EE.UU.
- Enrique Zuazua BCAM ESPAÑA
- Haroldo Braga de Campos Velho INPE BRASIL
- Julio Ruiz Clayssen UFRGS BRASIL
- Fabián Flores Universidad de Concepción CHILE
- José Arzola IPSJAE CUBA
- Nicolás Valdivia Naval Research Laboratory EE.UU.
- Yurilev Chalco Cano Universidad de Tarapacá CHILE
- José María Arrieta Universidad Complutense ESPAÑA
- Mario Primicerio Instituto Ulises Dini ITALIA
- Hugo Hernandez Figueroa UNICAMP BRASIL

Comité Científico Nacional

- Roxana López Cruz UNMSAM - ULIMA
- Alejandro Ortiz Fernández PUCP-LIMA
- Jesús Espinola Gonzales UNSAM-HUARAZ
- Abel Arce Carrasco UNSAAC-Cusco
- Luis Jaime Collantes Santisteban UNPRG-Lambayeque
- Irla Mantilla Nuñez UNI-LIMA
- Luis Lara Romero UNT-Trujillo
- Alejandro Ttito Ttica UNSAAC-Cusco
- Cleto de la Torre Dueñas UNSAAC-Cusco

Comisión Organizadora

- **Presidente:** Obidio Rubio Mercedes SPMAC
- **Vice-Presidente:** Roxana López Cruz SPMAC
- Julio Ruiz Clayssen UFGRS BRASIL
- Alfredo Villanueva Cueva UPR PUERTO RICO
- Guido Álvarez Jauregui UNSAAC CUSCO
- Dolores Sánchez UNPRG LAMBAYEQUE
- Norma Gutiérrez Moreno UNPRG LAMBAYEQUE
- Vladimir Rosas Meneses UNSA AREQUIPA
- Blanca Quispe Auca UNA PUNO
- Cesar Vialardi Sacin U Lima LIMA
- Hartaman Cevallos Columbus UNJBG TACNA

Índice

1. Códigos de controle da paridade obtidos via restrição de um código de Goppa Racional	9
2. El secreto-teorema del resto Chino	10
3. Solución numérica de la ecuación de difusión y su aplicación en problemas inversos	13
4. Interior proximal algorithm with variable metric for second-order cone programming: Applications to structural optimization and support vector machines	14
5. Dinámica no lineal y caos en el mercado financiero	16
6. Convolución de distribuciones estables e aplicaciones	17
7. Manipulación simbólica de Nurbs con el <i>Mathematica</i>	19
8. Generación de toros de revolución a partir de curvas arbitrarias con asistencia del <i>Mathematica</i>	20
9. Problema de optimización sobre espacios cuasi métricos	21
10. Ecuaciones del tipo Schrödinger en espacios de Darboux	22
11. Alineación óptima de un equipo de fútbol, usando programación lineal entera	23
12. Sensibilidad de los parámetros de un sistema de colas basado en el proceso de nacimiento y muerte	24
13. Un problema de transmisión contacto para la ecuación de onda	25
14. Análisis de formas en el plano utilizando transformadas Wavelets: el caso de <i>Fashion Design</i>	26
15. A transmission problem for Euler-Bernoulli beam with Kelvin-Voigt damping	28

16. Application of Hirschman's Algorithm to solve DAEs in reactive distillation	30
17. Vibrating problems with use of the Green's Periodic function and the impulse response	32
18. Implementación del método de barrera hipercúbica	33
19. Transferencia de la energía cinética turbulenta según la aproximación de Heisenberg	34
20. Optimización continua y aplicaciones	35
21. Método del punto proximal para minimizar funciones cuasi-convexas utilizando el subdiferencial de Clarke	36
22. Problema de optimización sobre un espacio cuasi métrico	38
23. Inhibición de VIH-1 por GB Virus C, relaciones de interacción	39
24. Método afín escala para resolver problemas de optimización lineal	47
25. O esquema DCD no fenômeno da expansão bifásica de um jato evaporativo	48
26. Solução analítica da equação unidimensional da difusão de nêutrons com 2 grupos de energia em geometria cilíndrica homogênea pela transformada de Hankel	49
27. Introducción a los complejos p -ádicos	50

1. Códigos de controle da paridade obtidos via restrição de um código de Goppa Racional

Jaime E. A. Rodriguez ¹ *jaime@mat.feis.unesp.br*

Resumen

Os Códigos Controle da Paridade surgiram como um exemplo de uma família de códigos detectores de um erro simples. Seu nome provêm de um código binário que acrescentava um símbolo extra para que o número de 1's fosse par. Em 1977, *V. D. Goppa* introduziu uma nova forma de construir códigos lineares usando curvas algébricas definidas sobre corpos finitos. Esses códigos são conhecidos hoje como os Códigos Geométricos de Goppa. Neste trabalho usamos algumas das idéias de Goppa para construir uma certa classe de Códigos de Controle da Paridade. Para isso usamos a técnica de restrição de um código linear, concretamente, a restrição de um código de Goppa Racional.

Referencias

- [1] *H. Stichtenoth*; Algebraic Function Field and Codes, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 1993.
- [2] *V. D. Goppa*; Geometry and Codes, Kluwer Academic Publisher, Boston 1988.
- [3] *J. Van Lint*; Introduction to Coding Theory, Second edition, Springer-Verlag, 1992.
- [4] *A. Hefez e M. L. T. Vilela*; Códigos Corretores de Erros, Série de Computação e Matemática, IMPA, Rio de Janeiro, 2002.
- [5] *S. Roman*; Coding and Information Theory, Springer-Verlag, N.Y., 1991.
- [6] *C. E. Shannon*; A Mathematical Theory of Communication, Bell System Technical Journal, vol. 27, pp. 379-423, 623-656, 1948.

¹ *Universidade Estadual Paulista-UNESP, Brasil*

2. El secreto-teorema del resto Chino

Jenny Carbajal Licas ² *malta940@hotmail.com*

Resumen

La criptografía es el estudio de técnicas matemáticas relativas a la seguridad de la información. Su objetivo consiste en ofrecer Confidencialidad, control de acceso, privacidad, integridad, autenticación de identidades y anonimato.

La teoría de números juega un papel importante en la Criptografía, se trabaja con las operaciones de congruencia, esto quiere decir que dos números enteros a y b tienen el mismo resto al dividir por un natural m llamado módulo, esto se expresa utilizando la notación $a \equiv b \pmod{m}$. El conjunto de números que forma los restos dentro de un cuerpo \mathbb{Z}_n serán muy importantes en criptografía como lo será el inverso de un número en el conjunto \mathbb{Z}_n . El conjunto de números que forma los restos dentro de un cuerpo \mathbb{Z}_n será de gran importantes en criptografía así como el inverso de un número en el conjunto \mathbb{Z}_n .

Teorema del resto Chino

Teorema. (Resto chino de Sun Zi). Supongamos que los enteros positivos m_1, m_2, \dots, m_k , son primos relativos dos a dos, es decir $MCD(m_i, m_j) = 1$, donde $i \neq j$. Entonces el sistema de congruencias $x \equiv a_i \pmod{m_i}$, donde $i = 1, 2, 3, \dots, k$. Tiene una única solución común módulo $M = m_1 * m_2 * \dots * m_k$. Sea

$$M_i = \frac{M}{m_i}. \quad (1)$$

Como M_i y m_i son coprimos relativos podemos encontrar enteros u_i tales que

$$M_i * u_i \equiv 1 \pmod{m_i} \quad (2)$$

Y la solución general esta dada por

$$x \equiv \text{mod}(M) \sum_{i=1}^k [M_i * u_i * a_i] \quad (3)$$

²Universidad Nacional Tecnológica del Cono Sur de Lima

El secreto

Si una persona posee un secreto valioso y solo tiene una copia del mismo corre el riesgo de perderlo en un accidente; pero si tiene varias copias del mismo, corre el riesgo mayor de que tal secreto caiga en otras manos. Sería importante para dicha persona poder dividir el secreto que posee en diferentes partes de modo que sea suficiente conocer K de ellas para recuperar el secreto, mientras que no sea posible recuperarlo con $K - 1$ de las mismas. El esquema (K, t) -umbral es una técnica que permite repartir el secreto en t partes. Es decir dividen un secreto S en K sombras donde $1 < K \leq t$

El protocolo a desarrollar es el siguiente

1. Cada A_i conoce un información a_i , que no es conocida por las partes A_j donde $i \neq j$
2. El secreto S puede obtenerse fácilmente a partir de cualesquiera K de las a_i
3. El conocimiento de cualesquiera de las $K-1$ de las a_i , no importa cuales de ellas, no son suficientes para recuperar el secreto S

Un conjunto $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ satisfaciendo las condiciones (2) y (3) anteriores, es un esquema (K, t) -umbral.

Ejemplo de aplicación. Deseamos ocultar el número

$$S = 123456$$

Elegimos $K = 3$ y $t = 5$, vamos a elaborar un esquema (K, t) -umbral para S , consideremos los siguientes coprimos $m_1 = 71$, $m_2 = 72$, $m_3 = 73$, $m_4 = 77$ y $m_5 = 79$. Estos módulos verifican las hipótesis del teorema anterior, elegidos de modo que el número secreto verifique la condición $\max(K - 1) < S < \min(K)$. Comprobando $\max(2) = 77 * 79 = 6083 < 123456 < \min(3) = 71 * 72 * 73 = 373176$.

Determinamos los a_i , usamos $S = \text{mod}(m_i) a_i$ obteniendo los siguientes resultados

$$\begin{aligned} 123456 &= \text{mod}(71) a_1 = \text{mod}(71)58, & 123456 &= \text{mod}(72) a_2 = \text{mod}(72)48, \\ 123456 &= \text{mod}(73) a_3 = \text{mod}(73)13, & 123456 &= \text{mod}(77) a_4 = \text{mod}(77)25 \end{aligned}$$

$$\text{y } 123456 = \text{mod}(79) a_5 = \text{mod}(79)58.$$

Esto proporciona las partes A_i , obteniendo $\{58, 48, 13, 25, 58\}$ el esquema $(3, 5)$ -umbral

Usaremos la partes A_2 , A_3 y A_4 para encontrar el secreto. Tenemos las siguientes ecuaciones congruentes

$$\begin{aligned} x &= \text{mod}(72) a_2 = \text{mod}(72) 48, & x &= \text{mod}(73) a_3 = \text{mod}(73) 13, \\ x &= \text{mod}(77) a_4 = \text{mod}(77) 25 & \text{y } M &= 72 * 73 * 77 = 404712 \end{aligned}$$

Por (7), los módulos serán $M_2 = 73 * 77 = 5621$, $M_3 = 72 * 77 = 5544$ y

$M_4 = 72 * 73 = 5256$. Calculando los inversos de los anteriores módulos :

$$\begin{aligned} M_2 * u_2 &= \text{mod}(m_2) 1 \implies 5621 * 29 = \text{mod}(72) 1, \\ M_3 * u_3 &= \text{mod}(m_3) 1 \implies 5544 * 18 = \text{mod}(73) 1 \end{aligned}$$

y

$$M_4 * u_4 = \text{mod}(m_4) 1 \implies 5256 * 27 = \text{mod}(77) 1$$

Por el teorema del Resto Chino y por (3) tenemos lo siguiente $x = \text{mod}(M) [M_2 * u_2 * a_2 + M_3 * u_3 * a_3 + M_4 * u_4 * a_4]$, la solución esta dada por

$$S = \text{mod}(404712) [5621 * 29 * 48 + 5544 * 18 * 13 + 5256 * 27 * 25]$$

así recuperamos el secreto

$$S = \text{mod}(404712) 12669528 = \text{mod}(404712) 123456.$$

El intruso que desee conocer el secreto se enfrentará al problema de la factorización de números grandes, puesto que, para obtener clave privada se debe conocer primero el teorema del Resto Chino. Que pasa si considero (2,5)-umbral, es decir tomo las partes A_1 y A_2 .

Que pasa si considero (2,5)-umbral, es decir tomo las partes A_2 y A_3 , usando los procedimientos anteriores, siendo $m_2 = 72$ y $m_5 = 79$, tenemos el siguiente sistema congruente.

$$123456 = \text{mod}(72) a_2 = \text{mod}(72) 35 \quad \text{y} \quad 123456 = \text{mod}(79) a_5 = \text{mod}(79) 13$$

De (7) y (6) resulta $M = 72 * 79 = 7387$, $M_2 = 79$, $M_5 = 72$, $u_2 = 31$ y $u_5 = 45$. Por el teorema del Resto Chino y (3), la solución esta dada por

$$S = \text{mod}(7387) [79 * 14 * 31 + 72 * 45 * 13] = \text{mod}(7387) 76406 = \text{mod}(7387) 2536$$

Por lo que no se puede estar seguro del valor exacto.

3. Solución numérica de la ecuación de difusión y su aplicación en problemas inversos

Juan Carlos Zavaleta Aguilar ³ *juanaguilar@unifei.edu.br*

Resumen

El problema de difusión que será estudiada es una ecuación diferencial elíptica de segunda orden, la cual en coordenadas polares adopta la forma:

$$-\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r \sigma \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\sigma}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \right] = f, \text{ en } \Omega, \quad (4)$$

esta ecuación es acompañada de las siguientes condiciones de frontera (en $\partial\Omega$):

$$\begin{cases} u = g \\ \sigma \frac{\partial u}{\partial r} = h, \end{cases}$$

donde σ son coeficientes variables y f, g e h son funciones conocidas.

Los asuntos abordados son: continuidad e discontinuidad de los coeficientes σ , métodos numéricos para resolver el problema e aplicaciones de esta ecuación en problemas inversos.

Referencias

- [1] AGUILAR, J. Z. , *Estudos Numéricos do problema Direto na Tomografia por Impedância Elétrica*. IV Simpósio de Iniciação Científica e Pós-graduação, Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, Brasil, 2008.
- [2] EWING, O., ILIEV, L., LAZAROV, R. , *A modified finite volume approximation of second order elliptic equations with discontinuous coefficients*. SIAM, Journal of Scientific Computational, pp. 1335-1351, 2001.

³ *Universidade Federal de Itajubá, Brasil*

4. Interior proximal algorithm with variable metric for second-order cone programming: Applications to structural optimization and support vector machines

Julio López ⁴ *jclopez@dim.uchile.cl*

Resumen

In this work, we propose an inexact interior proximal type algorithm for solving convex second-order cone programs. This kind of problems consists of minimizing a convex function (possibly non-smooth) over the intersection of an affine lineal manifold with the Cartesian product of second-order cones. The proposed algorithm uses a distance variable metric, which is induced by a class of positive definite matrices, and an appropriate choice of regularization parameter. This choice ensures the well-definedness of the proximal algorithm and forces the iterates to belong to the interior of the feasible set. Also, under suitable assumptions, it is proven that each limit point of the sequence generated by the algorithm solves the problem. Finally, computational results applied to structural optimization and support vector machines are presented.

Referencias

- [1] ACHTZIGER, W., *Topology optimization of discrete structures: an introduction in view of computational and nonsmooth aspects*, In *Topology optimization in structural mechanics*, volume 374 of CISM Courses and Lectures, Springer, Vienna, pp. 57-100, 1997.
- [2] F. ALIZADEH F. AND GOLDFARB D., *Second-order cone programming*, *Mathematical Programming*, vol. 95 (2003), no. 1, Ser. B, pp. 3-51.
- [3] CORTES C. AND VAPNIK V., *Support-vector networks*, *Machine Learning*, vol. 20 (1995), pp. 273-297.
- [4] FARAUT J. AND KORANYI A., *Analysis on Symmetric Cones*, Oxford Mathematical Monographs, Oxford University Press, New York, 1994.

⁴*Universidad de Chile, Chile*

- [5] SAKETHA NATH J. AND BHATTACHARYYA C., *Maximum margin classifiers with specified false positive and false negative error rates*, Proceedings of the Seventh SIAM International Conference on Data Mining, April 26-28, 2007, Minneapolis, Minnesota. <http://www.siam.org/meetings/proceedings/2007/datamining/papers/004Jagarlapudi.pdf>.
- [6] P.K. Shivaswamy, C. Bhattacharyya and A.J. Smola, *Second order cone programming approaches for handling missing and uncertain data*, J. Mach. Learn. Res., vol. 7 (2006), pp. 1283-1314.
- [7] OLIVEIRA G.L., SOUZA S.S, DA CRUZ NETO J.X. AND OLIVEIRA P.R., *Interior proximal methods for optimization over the positive orthant*, preprint, 2009.

5. Dinámica no lineal y caos en el mercado financiero

Alexis Rodriguez Carranza ⁵ *alexlar20@gmail.com*

Resumen

Los físicos experimentalistas usan un gran número de observaciones de un fenómeno, del cual se desconocen las ecuaciones que lo describen, para poder reproducir la dinámica y obtener información de su comportamiento futuro. Si solo se puede obtener una medida escalar del fenómeno, será posible reconstruir la dinámica desconocida?, esta es la pregunta que enfrentamos en el presente trabajo. Usaremos las ideas del teorema de inmersión de whitney y la generalización de Sauer para conjuntos fractales para reconstruir el comportamiento asintótico del fenómeno. Las aplicaciones son enfocadas al mercado financiero donde solo son conocidos el precio de acciones.

Referencias

- [1] HOLGER KANTZ, THOMAS SCHREIBER , *Nonlinear Time Series Analysis*, Cambridge University Press 1997
- [2] J.P. ECKMANN, D.RUELLE , *Ergodic Theory of chaos and strange attractor*, Reviews of Modern Physics, vol 57 No 3, Part I, 1985

⁵ *Universidad Federal de Rio de Janeiro*

6. Convolución de distribuciones estables e aplicaciones

Cira Etheowalda Guevara Otiniano ⁶ *cira@unb.br*

Resumen

Rathie, et al (2006) dieron una representación para la densidad de probabilidad de una variable aleatoria estable simétrica, en términos de la función- H de Fox. En este trabajo, consideramos el caso más general, obtenemos una expresión para la densidad de una variable aleatoria estable non-simétrica, en términos de la función H. Schneider (1986) presento dos expresiones en términos de la función H para la densidad de una variable aleatoria estable non-simétrica . Nuestra representación es más simple que la de Schneider. Mainardi y Pagnini (2008) obtuvieron una expresión para la convolución de dos variables aleatorias estables simétricas independientes de índices de estabilidad diferentes. Aquí mostramos ese resultado para el caso general, el caso no - simétrico. También damos algunas aplicaciones para ilustrar los modelos .

Referencias

- [1] BOSE, A. Y H. RUBIN, H. , *A contemporary review and bibliography of infinitely divisible distributions and processes*, Sankhya A, 64 (3)(2002) 763-819.
- [2] OKUBO, A. Y LEVIN, S. A., *Diffusion and Ecological Problems, Modern Perspectives*. Interdisciplinary and Applied Mathematics, Springer, 2001.
- [3] BRAAKSMA, B. L. J. *Asymptotic expansions and analytic continuations for a class of Barnes integrals*, Comp. Math. 15(1964) 239-341.
- [4] FELLER. *An Introduction to Probability Theory and its Applications II*, John Wiley & Sons, 1971.
- [5] LÉVY, P. *Calcul des probabilités*, Gauthier-Villars, Paris, 1925.

⁶ *Universidade de Brasília, Brasil*

- [6] LUKE, Y. L. *The Special Functions and Their Approximations I*, Academic Press, New York, 1969.
- [7] MANTEGNA, R. N. , STANLEY, H. E. *An Introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance*, Cambridge University Press, 2000.
- [8] MATHAI, A. M., SAXENA R. K. *The H-Function with Applications in Statistics and other Disciplines*, Wiley Eastern Limited, New Delhi, 1978.
- [9] RATHIE, P. N., DOREA, C. C. Y., MATSUSHITA, R. *Lévy distribution, H function and applications to currency data*. Proceedings of the Seventh International Conference of the Society for Special Functions and Their Applications (Pune Univ., India, February 21-23, 2006) (7)(2006) 17-26.
- [10] SAMORODNITSKY, G. TAQQU, M. S. *Stable Non-Gaussian Random Processes*, Chapman and Hall, New York, 1994.
- [11] SPRINGER, M. D. *The Algebra of Random Variables*, John Wiley, New York, 1979.
- [12] SRIVASTAVA, H. M., GUPTA, K. C., GOYAL, S. P. *The H-Function of One and Two Variables with Applications*, South Asian Publishers, New Delhi, 1982.
- [13] ZOLOTAREV, V. M. *One-dimensional Stable Distributions*. Translations of Mathematical Monographs, American Mathematical Society, Providence, vol. 65, 1986.

7. Manipulación simbólica de Nurbs con el *Mathematica*

Manuel H. García Saba ⁷ *hernangarcia@gmail.com*
Robert Ipanaqué Chero ⁸ *robertchero@hotmail.com*

Resumen

Este artículo introduce un nuevo paquete en el *Mathematica* para estudiar y enseñar aspectos analíticos de las más comunes e importantes entidades geométricas del diseño geométrico asistido por computadora (GAGD). El nuevo paquete incorpora comandos para calcular vectores nodo, funciones base Bspline y funciones base Bspline racionales no uniformes más conocidas como NURBS. Las salidas obtenidas con tales comandos son consistentes con la notación del *Mathematica*, de manera que es posible realizar combinaciones con puntos de \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 para obtener curvas y superficies Bspline y NURBS. El funcionamiento del código junto con la descripción de los comandos es discutido usando algunos ejemplos ilustrativos.

Referencias

- [1] V. B. Anand, *Computer Graphics and Geometric Modeling for Engineers*. John Wiley and Sons, New York, 1993.
- [2] A. Iglesias and R. Ipanaqué, *Symbolic Manipulation of Bspline Basis Functions with Mathematica*, 3rd ed. Lecture Notes in Computer Science, **4488** (2007) 194-202.
- [3] S. Wolfram, *The Mathematica Book*, 3rd ed. Wolfram Media / Cambridge University Press, 1996.
- [4] J. M. Cordero and J. Cortés, *Curvas y Superficies para Modelado Geométrico*. Alfaomega Grupo Editor, S. 2A. de C. V., 2003.

⁷ *Universidad Nacional de Piura, Perú*

⁸ *Universidad Nacional de Piura, Perú*

8. Generación de toros de revolución a partir de curvas arbitrarias con asistencia del *Mathematica*

Ricardo Velesmoro León ⁹ *velesmoro_ricardo@hotmail.com*
Robert Ipanaqué Chero ¹⁰ *robertchero@hotmail.com*

Resumen

Este artículo describe la generación de toros de revolución a partir de lemniscatas y, en general, de curvas planas (no circunferencias) y curvas espaciales (con torsión no nula); además describe las curvas toroidales obtenidas al aplicar las parametrizaciones obtenidas (o cartas) a curvas lineales y la simetría de dichas curvas toroidales al proyectarse sobre los planos coordenados. Todo el aspecto algebraico y geométrico involucrado en la ó de las parametrizaciones se aborda con ayuda del software *Mathematica v.7.0*.

Referencias

- [1] PRESLEY, A., *Elementary Differential Geometry*. Springer-Verlag London Berlin Heidelberg, 2001.
- [2] O'NEILL, B., *Elementary Differential Geometry*. Second Edition, Academic Press, San Diego, CA, 1997.
- [3] TALPAERT, Y., *Differential Geometry with Applications to Mechanics and Physics*. Marcel Dekker Inc., New York, Basel, 2001.
- [4] LIPSCHULTZ, M., *Differential Geometry*. Schaum's Outlines Series, McGraw-Hill, Inc., 1969.
- [5] WOLFRAM, S., *The Mathematica Book*. Fourth Edition, Wolfram Media, Champaign, IL & Cambridge University Press, Cambridge, 1999.

⁹ *Universidad Nacional de Piura, Perú*

¹⁰ *Universidad Nacional de Piura, Perú*

9. Problema de optimización sobre espacios cuasi métricos

Francisco Ismael Pinillos Nieto ¹¹ *fpinillos@ucv.edu.pe*

Resumen

En el presente artículo se presenta una introducción a los espacios cuasi-métricos, extendiendo algunos conceptos de espacios métricos, se caracterizan los extremos sobre un espacio cuasi-métrico y como aporte principal se darán las herramientas matemáticas necesarias a modo de proposiciones que permitirán demostrar de una manera más clara el problema de optimización sobre espacios cuasi-métricos propuesto por Shaobi Chen et al. en [1].

Palabras claves: Optimización, cuasi-métrica, espacio cuasi-métrico.

Referencias

- [1] CHEN, S., TAN, G., MAO, Z., *On convergence in the quasi-metrics spaces*, Journal of Wuhan University of Sci and Tech., Vol.28, No. 4, Dec. 2005.
- [2] CHEN, S.-A., LI, W., ZOU, D., ET AL., *Fixed point theorems in quasi-metric spaces*, Sixth International Conference on Machine Learning and Cybernetics, (2007), pp. 2499-2504.
- [3] CHEN, S.-B., TIAN, S. P., MAO, Z. Y., *On optimization problems in quasi-metric spaces*, Fifth International Conference on Machine Learning and Cybernetics, (2006), pp. 865-870.
- [4] LIMA, E. L., *Espacos métricos*. Theoret. Comput. Sci: Brasil, 1977.
- [5] WILSON, A. W., *On quasi-metric spaces*, American Journal of mathematics, No.53(1931), pp. 675-684.

¹¹ *Universidad César Vallejo de Trujillo, Perú*

10. Ecuaciones del tipo Schrödinger en espacios de Darboux

Alfredo Villanueva Cueva ¹² *alfredo.villanueva@upr.edu*

Resumen

Las ecuaciones clásicas de Schrödinger presenta dos formas:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi(x, t) + V(t)\Psi(x, t) = E\Psi(x, t) \quad (5)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi(x, t) + V(t)\Psi(x, t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(x, t) \quad (6)$$

Donde Δ representa el operador Laplaciano, $V(t)$ el potencial en función del tiempo y E es la energía definida. Actualmente se tiene soluciones hasta un potencial cuadrático para la ecuación (2) en R y R^n .

En el presente trabajo mostraremos como obtener soluciones para la ecuación (1) en una Variedad Riemanniana de curvatura no constante, en el caso específico de los espacios de Darboux. Un proyecto a largo plazo es encontrar soluciones para estas ecuaciones en variedades Riemannianas con potenciales de cierta generalidad.

Referencias

- [1] DARBOUX, G. , *Lecons sur la Theorie des Surface*, Vol. 1 - 4, Chelsea Publishing, 1972.
- [2] KALNINS, E. G. Y KRESS, J. M., *Superintegrability in a Two Dimensional Space of non-constant Curvature*, 2001.
- [3] MURRAY, R. S. , *Fourier Analysis* , Schaum's Outline Series.
- [4] CORDERO-SOTO, R., LOPEZ, R., SUAZO, E. Y SUSLOV, S., *Propagator of a Charged Particle with a Spin in Uniform Magnetic and Perpendicular Electric Fields*, Arxiv: 08013246v6 [math-Ph] 5 Feb. 2008.

¹² *Universidad de Puerto Rico*

11. Alineación óptima de un equipo de fútbol, usando programación lineal entera

Wilmer Atoche Díaz ¹³ *watoche@pucp.edu.pe*

Resumen

El propósito de este artículo es mostrar el uso de herramientas de optimización aplicadas a la obtención de un equipo ideal de fútbol. Se usa parámetros de rendimiento para evaluar la valoración de cada jugador de fútbol en cada puesto del campo, según el sistema de juego y usando la programación lineal entera; se puede optimizar la alineación inicial, los cambios en el equipo que se pueden realizar durante el partido y otras aplicaciones.

Referencias

- [1] WINSTON, W. L., *Investigación de operaciones, Aplicaciones y Algoritmos* Mexico, Thomson, 2005.
- [2] HILLIER, F. S. Y LIEBERMAN, G. K. , *Investigación de operaciones.* Mexico:McGraw-Hill, 2002.

¹³*Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú*

12. Sensibilidad de los parámetros de un sistema de colas basado en el proceso de nacimiento y muerte

Wilmer Atoche Díaz ¹⁴ *watoche@pucp.edu.pe*
Walter Silva Sotillo ¹⁵ *walter.silva@pucp.edu.pe*

Resumen

Esta investigación desarrolla bajo el proceso de nacimiento y muerte la sensibilidad del factor de utilización (relación entre las tasas de llegadas y tasas de servicios) y los cambios que pueden ocurrir en los parámetros de colas.

Los sistemas de colas son de uso cotidiano, si vamos al supermercado, al banco, al hospital, etc. Siempre nos preguntamos; ¿Cuántos clientes existen en el sistema de colas?, ¿Cuánto tiempo estaré en el sistema de colas?, ¿Cuánto tiempo pasa antes de que me empiecen a atender? o ¿Cuánta cola (clientes esperando el servicio) existe?

Los cálculos de los parámetros de colas ocurren bajo supuestos de tasas constantes, pero en los sistemas reales estos supuestos pueden tener ciertas variaciones, no previstas en el modelo original causando problemas en las líneas de espera, no solo económicos, sino también de comunicaciones y en algunos casos graves hasta pueden colapsar.

Referencias

- [1] WINSTON, W. L., *Investigación de operaciones, Aplicaciones y Algoritmos* Mexico, Thomson, 2005.
- [2] HILLIER, F. S. Y LIEBERMAN, G. K. , *Investigación de operaciones.* Mexico:McGraw-Hill, 2002.
- [3] APOSTOL, T. M. , *Calculus.* Barcelona, Reverte, 1985.

¹⁴ Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú

¹⁵ Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú

13. Un problema de transmisión contacto para la ecuación de onda

Eugenio Cabanillas Lapa ¹⁶ *cleugenio@unmsm.edu.pe*

Resumen

Estudiamos la propagación de ondas en un cuerpo compuesto de dos tipos diferentes de materiales, que enfrenta un obstáculo, sujeto a disipación friccional. En esta situación tenemos un problema de transmisión-contacto. Introduciendo funcionales adecuados probamos que la energía decae exponencialmente.

Referencias

- [1] J.E. MUÑOZ RIVERA, E. CABANILLAS L. , *The Nonlinear transmission problem with time dependent coefficients.*, EJDE vol 2007 N° 131, pag 1-13
- [2] J.E. MUÑOZ RIVERA AND HIGIDIO PORTILLO OQUENDO , *Exponential decay for a contact problema with local damping*, Func. Ekv. 42(1999),371-387.
- [3] G. BONFANTI, J.E. MUÑOZ RIVERA, M.GRAZIA NASO, *Existence and exponential stability for a contact problem between two thermoelastic beams* ,J. Math Anal Appl. 345(2008)186-202.

¹⁶ *Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Perú*

14. Análisis de formas en el plano utilizando transformadas Wavelets: el caso de *Fashion Design*

Camila Becker ¹⁷ *camila.becker_87@hotmail.com*
Rubén Panta Pazos ¹⁸ *rpazos@unisc.br*

Resumen

El análisis de formas es un campo creciente en diversas áreas, como en arquitectura, imágenes médicas y ambientes virtuales. En el caso del *Fashion Design* que involucra la creación de modelos en la industria de la moda, se continúan desarrollando nuevas tecnologías, con el propósito de reducir el tiempo de producción y mejorar la calidad del producto final.

En este trabajo se presenta un método de análisis de formas fundado en nociones de geometría diferencial básica, en especial de la función de curvatura de curvas parametrizadas en el plano [2]. De esta forma, la función de curvatura de la frontera de un modelo representa una suerte de firma con su rúbrica. Aplicando transformadas wavelets discretas [1] es posible descomponer la función de curvatura en subseñales de acumulación y de detalles. Luego, las imágenes identificadas mediante métodos estadísticos o métricos. El objetivo principal del método consiste en proponer un procesamiento de señales en las fronteras (curvas o caminos) de dominios suaves o seccionalmente suaves. En síntesis se intenta unidimensionalizar lo que es posible usando el Teorema Fundamental de las Curvas.

El método propuesto que combina elementos de la geometría diferencial, de la teoría de wavelets y del análisis multivariado (Análisis de Componentes Principales) [6] resulta ser eficiente y robusto.

Referencias

- [1] BACHMAN, G., NARICI, L. AND BECKESTEIN, E., *Fourier and wavelet analysis*, Springer - Verlag, New York, NY, USA, 2000.

¹⁷ *Universidade de Santa Cruz do Sul, RS, Brasil*

¹⁸ *Universidade de Santa Cruz do Sul, RS, Brasil*

- [2] HAIR, J., ANDERSON, R., TATHAM, R..E BLACK, W., *Análise multivariada de dados*, Bookman, Porto Alegre, RS, Brasil, 2005.
- [3] OPREA, J., *Differential Geometry and its Applications*, The Mathematical Association of America, Washington, DC, USA, 2007.

15. A transmission problem for Euler-Bernoulli beam with Kelvin-Voigt damping

Carlos Alberto Raposo ¹⁹ *raposo@ufsj.edu.br*
Waldemar Donizete Bastos ²⁰ *waldemar@ibilce.unesp.br*
Jorge Andrés Julca Avila ²¹ *jaj.avila@ufsj.edu.br*

Resumen

In this work we consider a transmission problem for the longitudinal displacement of a Euler-Bernoulli beam, where one small part of the beam is made of a viscoelastic material with Kelvin-Voigt constitutive relation. We use semigroup theory to prove existence and uniqueness of solutions. We apply a general results due to L. Gearhart [5] and J. Pruss [10] in the study of asymptotic behavior of solutions and prove that the semigroup associated to the system is exponentially stable. A numerical scheme is presented.

Referencias

- [1] R. A. Adams, *Sobolev Spaces*, Academic Press, New York, 1975.
- [2] W. D. Bastos, C. A. Raposo. Transmission problem for waves with frictional damping. *Electronic Journal of Differential Equations*, **2007** (2007), 1-10.
- [3] M. M. Cavalcanti and H. P. Oquendo, Frictional versus viscoelastic damping in a semilinear wave equation. *SIAM J. Control Optim.* **42** (2003), 1310-1324.
- [4] R. Dautray, J.L. Lions, *Mathematical Analysis and Numerical Methods for Sciences and Technology*. Vol. 1, Springer-Verlag, Berlin - Heidelberg, 1990.
- [5] L. Gearhart, Spectral Theory for the Contractions Semigroups on Hilbert Spaces. *Trans. of the American Mathematical Society* . **236** (1978), 385-349.

¹⁹ *Universidade Federal de São João del-Rei*

²⁰ *Universidade Estadual de São Paulo*

²¹ *Universidade Federal de São João del-Rei*

- [6] F. Huang, Characteristic Conditions for Exponential Stability of the Linear Dynamical Systems in Hilbert Spaces. *Annals of Differential Equations*. **1** (1985), 43-56.
- [7] K. Liu, Z. Liu, Exponential decay of the energy of the Euler-Bernoulli beam with locally distributed Kelvin-Voigt damping, *SIAM J. Control Optim.* **36(3)** (1998), 1086-1098.
- [8] K. Liu, B. Rao, Exponential stability for the wave equations with local Kelvin-Voight damping. *Z. angew. Math. Phys.* **57** (2006), 419-432.
- [9] Z. Liu, & S. Zheng; *Semigroups Associated with Dissipative Systems*, CRC Research Notes Mathematics, Chapman & Hall, 1999.
- [10] J. Prüss, On the Spectrumm of C_0 -semigroups. *Trans. of the American Mathematical Society* **284** (1984) 847-857.
- [11] C. A. Raposo, W. D. Bastos, M. L. Santos. A Transmission Problem for Timoshenko System. *Computational and Applied Mathematics*, **26** (2007), 215-234.
- [12] C. A. Raposo, The transmission problem for Timoshenkos system of memory type. *International Journal of Modern Mathematics*. **3(3)** (2008), 271-293.
- [13] C. A. Raposo. General Decay of Solution for the Transmission Problem of Viscoelastic Waves with Memory. *Advances in Differential Equations and Control Processes*, **3** (2009), 103-114.
- [14] J. E. M. Rivera, H. P. Oquendo, The transmission problem of viscoelastic waves. *Acta Applicandae Mathematicae*. **62** (2000), 1-21.
- [15] S. Zheng, *Nonlinear parabolic Equation and Hyperbolic-Parabolic Coupled Systems*, Pitman series Monographs and Survey in Pure and Applied Mathematics, Longman, 1995.

16. Application of Hirschman's Algorithm to solve DAEs in reactive distillation

Alfredo Palomino Infante ²² *alfpalomino@gmail.com*

Hector Gomez Ramirez ²³ *Hectorgomezir@gmail.com*

Deyvi Parientes Sánchez ²⁴ *Spad2299@yahoo.es*

Resumen

Fast pulsing of neutrons is familiar in the field of nuclear reactions; particularly to design and to operate nuclear power plants. In what concerns to the current chemical industry, few information has been produced dealing with the use of steam pulsing as a method of separation and purification.

In this work we have been able to develop a mathematical model to describe fast pulsing of pressurized water steam as the driving force exerted on a packed bed of a herbal matrix, whose volatile content is isolated by fast evaporation. Thus the dynamic stresses that develop during the pulse of pressurized water steam in the packed bed, has been modeled here considering the thermo mechanical effects, which originates from the enthalpy content of the steam, its kinetic energy, and the Joule-Thompson effect. On the other hand the solid matrix experiments adsorption, leaching and fast evaporation; followed by water condensation; which on the whole configures a very complex process to be modeled. As a matter of fact, mass, energy and momentum balances were considered on the onset of the fast pulse of steam, followed by a relaxing period of time, which takes place once the pulse driving valve is closed. The dynamic simulation procedure has been carried out applying an analytical solution of the model using the experimental data obtained in a bench scale unit developed by our group.

Referencias

- [1] RAVNIK, M. . , *Reactor Physics of Pulsing: Fuchs-Hansen Adiabatic Model* http://www.rcp.ijs.si/ric/pulse_operation-a.html

²²Prof. Princ. FQIQ, UNMSM, Lima, Perú

²³Prof. Asoc. FQIQ, UNMSM, Lima, Perú

²⁴Investigador Asociado, Grupo CIDET, Lima, Perú

- [2] GLASSTONE SAMUEL AND SESONSKE ALEXANDER., *Nuclear Reactor Engineering* Van Nostrand Reinhold, New York, (1967).
- [3] WEINSTEIN ROY, BOLTAX ALVIN , LANZA GIOVANNI, *Nuclear Engineering Fundamentals* McGraw Hill Book Company. New York, (1964).
- [4] PALOMINO, ALFREDO, *Swing de Presión en la Hidrodestilación de Budleja Globossa* presentado al XXIII Congreso Peruano de Química, Sociedad Química del Perú, UNMSM, Lima, Perú, (Marzo 25-28, 2007).
- [5] [HTTP://WEB.MIT.EDU/CANES/RESEARCH/ENH-PERFORMANCE.HTML](http://web.mit.edu/canes/research/enh-performance.html), *Enhanced Performance of Nuclear Reactor Plants*
- [6] KEEPIN G. R., *Physics of Nuclear Reactor Kinetics* Addison-Wesley Publishing Co., Reading MA, 1965.
- [7] LEWINS J., *Nuclear Reactor Kinetics and Control* Pergamon Press, New York, NY, 1978.
- [8] KOLESSOV V.F., *Dynamic Stress Amplitud in a Fast Pulsed Reactor* Journal of Engineering Physics (1968).

17. Vibrating problems with use of the Green's Periodic function and the impulse response

Antonio Carlos Lyrio Bidel ²⁵ *bidelac@gmail.com*
Julio Cesar Ruiz Claeysen ²⁶ *jcrclaeyssen@yahoo.com*

Resumen

This work gives a periodic response to the characterization of linear and weakly nonlinear systems of arbitrary order using the standard dynamical basis obtained from the impulse response [1] [2]. The response to periodic systems of arbitrary order is characterized as an integral operator where the kernel is a T -periodic Green function. The T -periodic Green function is obtained in terms of the elements of standard dynamical basis and using this properties of regularity and continuity, as well as the properties of the dynamical basis standard. For weakly nonlinear problems, the method of perturbation in a version of Poincare matrix [3],[4]. The corrections of first and second order are obtained and, in simulations, compared with the frequency response. We obtained also the response to periodic linear systems and weakly nonlinear.

Referencias

- [1] CLAEYSSSEN, J. C. R. , *On Predicting the Response of Non-Conservative Linear Vibrating Systems by Using Dynamical Matrix Solutions*, **Journal of Sound and Vibration**, vol. 140(1), pp. 73-84, 1990.
- [2] CLAEYSSSEN, J. C. R. ; CANAHUALPA, G.; JUNG, C. , *A Direct Approach to Second-Order Matrix Non-Classical Vibrating Equations*, **Applied Numerical Mathematics**, vol.39, 1995.
- [3] STARZHINKII, V. M. , *Applied Methods in the Theory of Nonlinear Oscillations*, Mir Publishers Moscow, Moscou, 1977.
- [4] NAYFEH, A. H., *Introduction to Perturbation Technique* John Wiley & Sons, New York, 1981.

²⁵ *Universidade Federal de Santa Maria, Brasil*

²⁶ *Universidade Federal de Santa Maria, Brasil*

18. Implementación del método de barrera hipercúbica

Israel Quispe Quispe ²⁷ *isra325@hotmail.com*

David Sánchez Ruiz ²⁸ *math.otoko@gmail.com*

Resumen

En este trabajo presentamos una implementación de un método de punto interior usando una barrera diferente de la barrera logarítmica, el cual fue introducida por Papa Quiroz y Oliveira el año 2007 (en la revista *Journal of Optimization Theory and Applications JOTA*) para resolver problemas de optimización lineal con variables limitadas. Los resultados son comparados con el método de punto interior que usa la barrera logarítmica tradicional obteniendo algunas conclusiones importantes para el mejoramiento de la eficiencia polinomial de métodos de puntos interiores en optimización lineal.

Referencias

- [1] E.A. PAPA QUIROZ Y P. ROBERTO OLIVEIRA , *Novas Barreiras em Métodos de Pontos Interiores*, Universidad Federal do Rio de Janeiro, 2006
- [2] HERTOOG,D., *Interior Point Approach to Linear, Quadratic and Convex Programming*. 1 ed. Kluwer Academic Publishers, 1992
- [3] STEPHEN J. WRIGHT, *IPrimal-Dual Interior-Point Methods*. University City Science Center, Philadelphia, 1996.

²⁷ *Universidad Nacional del Callao, Perú*

²⁸ *Universidad Nacional del Callao, Perú*

19. Transferencia de la energía cinética turbulenta según la aproximación de Heisenberg

Gilberto Alva Castillo ²⁹ *galvac2003@yahoo.com*

Resumen

Los cambios fenomenológicos atmosféricos se caracterizan por ser altamente turbulentos. Una forma de estudiar la turbulencia es analizando la energía cinética turbulenta y su disipación a través de los pequeños remolinos en función de los grandes remolinos. Una de las técnicas más usadas es siguiendo el principio de estacionariedad de Heisenberg, describiendo sobre la transferencia de la energía entre diferentes números de onda en el rango del espectro el que se subdivide en tres regiones espectrales de propiedades diferentes: el sub rango de creación que es fuertemente influenciada por parámetros externos, el sub rango de disipación donde la viscosidad juega un rol mayor y el sub rango inercial donde la viscosidad puede ser ignorada, pero que tiene propiedades muy especiales para explicar la turbulencia.

Referencias

²⁹ *Universidad Privada Antenor Orrego, Perú*

20. Optimización continua y aplicaciones

Erik Papa Quiroz ³⁰ *erikpapa@gmail.com*

Resumen

En esta conferencia presento la teoría, los métodos y las aplicaciones de la optimización continua a diversas áreas de las ciencias y la ingeniería. Presento también las actuales investigaciones que se están realizando y su estrecha relación con la optimización combinatoria y optimización entera.

Referencias

- [1] BAZAARA, M.S., SHERALI, H.D., AND SHETTY, C.M., *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*, 2nd Edition, John Wiley and Sons, New York, NY, 1993.
- [2] PAPA QUIROZ E.A. AND QUISPE CÁRDENAS E.M., *Optimización Continua*. Universidad Nacional del Callao, Primera Edición, 2010.

³⁰ *Universidad Nacional del Callao, Perú*

21. Método del punto proximal para minimizar funciones cuasi-convexas utilizando el subdiferencial de Clarke

Miguel Ángel Cano Lengua ³¹ *miguelcano-19@hotmail.com*
Erik Alex Papa Quiroz ³² *erikpapa@gmail.com*

Resumen

En este trabajo proponemos una extensión del método del punto proximal para minimizar funciones cuasi-convexas sin restricciones utilizando el subdiferencial de Clarke. Resolveremos problemas de optimización que tiene la forma:

$$(P) \min\{f(x) : x \in \mathbb{R}^n\}$$

donde $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$ es una función propia semicontinua inferior.

Dado una sucesión $\{\lambda_k\}$ de parámetros positivos, el método genera una sucesión de puntos $\{x^k\}$, a partir de un punto inicial $x^0 \in \mathbb{R}^n$, usando la siguiente regla: Para cada $k = 1, 2, 3, \dots$, si $0 \in \hat{\partial}f(x)$ entonces para de otro modo, buscamos un $x^k \in \mathbb{R}^n$ tal que:

$$0 \in \hat{\partial} \left(f(\cdot) + \left(\frac{\lambda_k}{2} \right) \|\cdot - x^{k-1}\|^2 \right) (x^k)$$

Asumiendo que f es una función lipchitziana, cuasi-convexa y no diferenciable probaremos que $\{x^k\}$ converge a un punto candidato a solución, además daremos algunos ejemplos de funciones que cumplan con las condiciones mencionadas y luego realizaremos algunos experimentos computacionales.

Referencias

- [1] Clarke, F.H., *Generalized Gradients and Application* . Transaction of the American Mathematical Society, V.205, pp. 247-262, 1975.

³¹ Universidad Nacional del Callao, Perú

³² Universidad Nacional del Callao, Perú

- [2] **Clarke, F.H.**, *Optimization and Nonsmooth Analysis*, (New York:Wiley),1990.

9

22. Problema de optimización sobre un espacio cuasi métrico

Francisco Ismael Pinillos Nieto ³³ *fpinillos@ucv.edu.pe*

Resumen

En el presente artículo se presenta una introducción a los espacios cuasi-métricos, extendiendo algunos conceptos de espacios métricos, se caracterizan los extremos sobre un espacio cuasi-métrico y como aporte principal se darán las herramientas matemáticas necesarias a modo de proposiciones que permitirán demostrar de una manera más clara el problema de optimización sobre espacios cuasi-métricos propuesto por Shaobi Chen et al. en [1].

Referencias

- [1] CHEN, S., TAN, G., MAO, Z., *On convergence in the quasi-metrics spaces*, Journal of Wuhan University of Sci and Tech., Vol.28, No. 4, Dec. 2005.
- [2] CHEN, S.-A., LI, W., ZOU, D., ET AL., *Fixed point theorems in quasi-metric spaces*, Sixth International Conference on Machine Learning and Cybernetics, (2007), pp. 2499-2504.
- [3] CHEN, S.-B., TIAN, S. P., MAO, Z. Y., *On optimization problems in quasi-metric spaces*, Fifth International Conference on Machine Learning and Cybernetics, (2006), pp. 865-870.
- [4] LIMA, E. L., *Espacos métricos*. Theoret. Comput. Sci: Brasil, 1977.
- [5] WILSON, A. W., *On quasi-metric spaces*, American Journal of mathematics, No.53(1931), pp. 675-684.

³³ *Universidad César Vallejo de Trujillo, Perú*

23. Inhibición de VIH-1 por GB Virus C, relaciones de interacción

Horemheb Rubio G. ³⁴ *castor_marxista@hotmail.com*
Guillermo Gómez Alacaraz ³⁵ *gomal@servidor.unam.mx*
Colectivo de autores ³⁶

Resumen

De la parte médico- biológica
Planteamiento. El GB virus C (GBVC), también llamado virus de hepatitis G (HGV), fue descubierto a mediados de los 90's. El nombre "GB.es debido a que en los primeros experimentos en transmisión de hepatitis aguda, las muestras fueron tomadas de "GB" paciente y colega en los estudios realizados por Deinhart. En un principio considerado como virus de hepatitis debido a que todos los aislados del mismo correspondían a pacientes con Hepatitis, posteriormente se demostró ser un virus linfotrófico y no hepatotrófico por lo que se descartó que cause hepatitis. Está estrechamente relacionado con el HCV compartiendo hasta el 30 % de su genoma; El GBVC es un virus de ARN positivo, con un genoma aproximado de 9.4kb, que se replica independientemente.

El GBV-C se ha encontrado en porcentajes importantes en donadores de sangre sanos, y en promedio se encuentra en el 1.7 % de la población, cifra detectada mediante PCR de tiempo real (RT-PCR). Sin embargo la detección de anticuerpos E2 contra el virus se eleva de manera considerable, hasta un 20 % encontrándose siempre una relación de nulificación, es decir, a la presencia de anticuerpos E2 en el organismo la carga viral de GBV-C desaparece por completo. Estos hallazgos sugieren que gran parte de la población se ha encontrado expuesta alguna vez a este agente sin presentar manifestaciones clínicas de patología. A su vez, su distribución a nivel mundial tiene gran incidencia en África seguido de la población caucásica y asiática. Nuestros

³⁴ *Hospital General SS, México*

³⁵ *UNAM, México*

³⁶ *Aquí se incluyen y agradece a los Grupos de investigación Médico Biológico del Dr. Kershenobich, del Dr. Ruiz Palacios, del Dr. Rolf Kaiser, de la Dra. Heide Reil del Dr. Stuart Turville, y en la parte matemática del Mat. Cruz Vargas de León y el vínculo entre todos ellos los autores Horemheb - Rubio G. y Gómez Alcaraz G.*

estudios preliminares, sugieren que la prevalencia en donadores de sangre sanos es de 2.98 %, en la ciudad de México lo cual concuerda con las estadísticas internacionales.

La forma en que este virus se transmite, es muy similar a las vías de transmisión de VIH y HCV, es decir, por vía parenteral, transmisión sexual, incluso se ha estudiado la vía vertical de transmisión y de lactancia materna. A este respecto se han hecho estudios que indican que el canal de parto puede ser un transmisor de GVB-C. Complementariamente, estudios en recién nacidos sin GBV-C, que lactaron de una madre con GBV-C, desarrollaron a los 3 meses la viremia.

Existe y ha existido mucha discordancia entre el tropismo de este virus, debido a los diversos hallazgos de ARN de GBV-C en sangre y en hígado. Sin embargo, en el 75 % de los pacientes que cursan con viremia activa de GBV-C, no se han encontrado niveles de aminotransferasas hepáticas anormales tanto en estadios agudos como crónicos, ni se han encontrado modificaciones histológicas del hígado. Debido a esto se inició la búsqueda del tropismo de GBV-C y se descubrió que se replica en células sanguíneas, predominantemente en células mononucleares de sangre periférica (PBMC, por sus siglas en inglés), en su mayoría en células T (CD4+ y CD8+) y B, llegando a ser viremias crónicas. Sin embargo no se conoce aún el mecanismo de entrada del virus a la célula ni su ciclo replicativo.

En cuanto a su estructura, se conoce el genoma completo de GBV-C sin embargo no se tiene muy en claro qué función desempeña cada gen, ni cómo se estructuran. Hasta el momento se conocen 6 proteínas no estructurales (NS2, NS3, NS4a NS4b, NS5a, NS5b) y 2 estructurales (E1 y E2) aunque relacionada esta última a HCV, en este caso no tiene la variabilidad que su contraparte. La envoltura del virus se cree debido a su densidad, que está hecha de lípidos y que ésta asociación lipídica, disminuye la formación de anticuerpos. La estructura de la nucleocapside aún no se conoce, así como tampoco las proteínas del core.

Este virus GBV-C ha adquirido gran importancia en los últimos tiempos debido a que se ha encontrado una interacción entre éste y el VIH, debido a que los pacientes con infección por VIH, además coinfectados con GBV-C, tienen una sobrevida más larga que los no expuestos, y aumenta aun más si se combinaba con terapia antirretroviral. Sin embargo contradictoriamente algunos estudios muestran que no hay correlación entre la coinfección y el hacerse lento en la progresión del VIH, no obstante un metaanálisis de 10 estudios hechos acerca de la coinfección GBV-C – VIH, en 8 se encontró un efecto benéfico en cuanto a la mortalidad y respuesta a terapéutica sobre la infección por VIH.

Debido a esta relación se han realizado diversos estudios alrededor del mundo, intentando esclarecer los mecanismos de esta interacción e inhibición del VIH, principalmente en Estados Unidos y Alemania, adicionándose en los últimos años España.

Hasta la fecha se ha propuesto un mecanismo probable, el cual demuestra la expresión de ligandos (RANTES, MIP1 A y B, SDF-1) específicos de los correceptores para VIH (CCR5 y CXCR4) los cuales implicarían la obstrucción de la entrada de VIH a la célula y por lo tanto una menor replicación del mismo y a su vez disminución de la enfermedad.

El grupo del Dr. Stapleton en Estados Unidos ha propuesto a la proteína NS5A, la cual está conformada por 85aa como la causante de esta inhibición, en estudio realizado el 2007, se demostró que al utilizar tan solo 30aa de la misma proteína se eleva la cantidad de SDF-1, el cual es un ligando específico de CXCR4, lo cual causa una disminución en este correceptor.

El grupo de la Dra. Heide Reil en Alemania por otra parte ha propuesto que la proteína E2, causa disminución en los correceptores CCR5, a su vez sus estudios con el virus completo tanto silvestre (tomado de pacientes GBV-C positivos), como recombinante, así como de fragmentos del virus, se ha demostrado que no hay un incremento de SDF1, ni disminución de los correceptores CXCR4, sólo de CCR5, sin embargo en el mismo experimento se demuestra una inhibición de la replicación de VIH hasta del 95 %, en cepas tanto específicas de CCR5 como de CXCR4.

El grupo de la Dra. Haro en España por su parte ha hecho estudios con el péptido de unión de la proteína E2 de GBV-C, péptidos de gp41 de VIH y fosfolípidos que actúan como membrana celular para observar su interacción, encontrando algunas modificaciones en la estructura de los mismos, los cuales podrían explicar la inhibición de VIH por medio de GBV-C al no permitir que este ingrese a la célula.

Estas interacciones virales, se han descrito desde las primeras décadas del siglo XX, pese a no contar con las técnicas adecuadas para este tipo de investigaciones, describiendo el fenómeno en virus de plantas, animales y bacterias, siendo este último el más importante descrito por M. Delbrück, ganador del premio nobel de fisiología y medicina (1969), compartido con Hershey y Luria por sus importantes aportaciones en el entendimiento de este fenómeno.

De acuerdo a datos experimentales el MOI (multiplicidad de la infección) para VIH, la cual es la razón de las partículas de virus infeccioso respecto del número de células que están infectadas. El MOI recomendado es 0.1 en el rango de 0 a 1 (es decir, que se inocula 1 partícula de virus por cada 10 células). La teoría general detrás de

MOI consiste en introducir una partícula de virus infeccioso por cada célula del hospedero que está presente en el cultivo. Sin embargo, más de un virus puede infectar a una misma célula que deja un porcentaje de células sin infectar. Este suceso puede reducirse mediante el uso de un MOI mayor para garantizar que cada célula resulte estar infectada (comunicación personal).

Datos de la misma índole obtenidos por parte de Susan Jung (alumna de la Dra. Heide Reil) demostraron que GBV-C es capaz de infectar PBMCs sanos sin causar un aumento en la tasa de muerte celular, así como una mayor inhibición de VIH al infectar previamente con GBV-C (comunicación personal).

Sin embargo se logro encontrar algunas reglas básicas de las mismas:

- Deben ser virus similares
- La diferencia de cargas virales
- La diferencia de tiempos de interacción con la célula

Hasta el momento conocemos que

- GBV-C es capaz de inhibir in vitro a VIH en un rango del 78 % al 95 %

- La reducción de los correceptores tiene un papel importante en esta inhibición

- Las proteínas individuales no tienen el mismo efecto que el virus completo

- Pese a la ausencia de reducción del receptor CXCR4 VIH es inhibido

- El MOI para VIH es de 0.1

- GBV-C no es toxico para la célula

- GBV-C aumenta su capacidad inhibitoria al infectar previo a VIH

Justificación.

El VIH, es un virus que provoca el SIDA, para el cual hasta el momento no tenemos una cura o vacuna, el GBV-C se considera un virus apatógeno, sin embargo, las interacciones entre GBV-C y VIH, han demostrado en los estudios clínicos realizados hasta el día de hoy una progresión más lenta de la enfermedad por VIH y por lo tanto una mayor sobrevivencia, y en los estudios in vitro se ha encontrado una inhibición del VIH por acción del GBV-C hasta en 95 %.

Hasta el día de hoy, los mecanismos mediante los cuales ocurre esta interacción favorable a los pacientes no están definidos, ya que, la experimentación en cuanto a este fenómeno no ha sido capaz de determinar de manera contundente los sitios de interacción y menos aun los mecanismos por los cuales GBV-C inhibe a VIH. La importancia de entender estos mecanismos, es la posibilidad de crear una opción

terapéutica y/o profiláctica contra VIH, que podría ser una opción para controlar la pandemia. El presente estudio intenta demostrar y establecer las relaciones entre estos dos de manera matemática y experimental que logren la mayor inhibición de VIH para en futuros estudios abordar los sitios y mecanismos de interacción.

Hipótesis:

El GVB-C causa una inhibición en la tasa de replicación del VIH, la cual está en función de la diferencia de cargas virales y tiempos de infección.

Objetivo general:

Predecir matemáticamente y encontrar la tasa de carga viral y tiempo de infección entre GBV-C y VIH que resulte en la máxima inhibición del último.

Objetivos Específicos:

Determinar la tasa de Reproducción y muerte celular en cultivos de PBMCs de donantes sanos

Marcar Fluorescentemente a VIH

Determinar la tasa de Reproducción y muerte celular en cultivos de PBMCs infectados por VIH

Determinar la tasa de Reproducción y muerte celular en cultivos de PBMCs de pacientes GBV-C positivos

Determinar la tasa de Reproducción y muerte celular en cultivos de PBMCs de donantes sanos Transfectados con GBV-C

Determinar la tasa de infecciosidad en cultivos de PBMCs de donantes sanos infectados por VIH

Determinar la tasa de infecciosidad en cultivos de PBMCs de donantes sanos infectados por GBV-C

Determinar tasa de infecciosidad de VIH en cultivo de PBMCs de pacientes GBV-C Positivos

Determinar tasa de infecciosidad de VIH en cultivo de PBMCs de donantes sanos previamente Transfectados con GBV-C

Realizar el modelaje matemático para predecir la tasa de tiempos y cargas virales

Determinar la relación de cargas virales entre GBV-C y VIH, que resulten en la mayor inhibición del último.

Determinar la relación de tiempos de infección entre GBV-C y VIH, que resulten en la mayor inhibición del último.

Sobre su modelación matemática

s = “células sanas”
 i = “células infectadas con VIH-1”
 d = “células doblemente infectadas con “VIH – 1” y con “GBVC””
 v_1 = “VIH – 1”
 v_2 = “GBVC”

Modelos propuestos:

1. Con el modelo de dependencia de la Ley de Acción de Masas (de las células sanas y las infectadas con ambos virus $s(t)$ $v_1(t)$ y $\beta i(t) v_2(t)$ todas vs todas):
2. Con el modelo de incidencia estándar de los virus (de todas las células sanas o las infectadas con cada virus $s(t) \frac{v_1(t)}{s(t)+i(t)}$ y $i(t) \frac{v_2(t)}{i(t)+d(t)}$, o sea todas las s o i vs cada virus $\frac{v_1(t)}{s(t)+i(t)}$ y $\frac{v_2(t)}{i(t)+d(t)}$):
3. Más aún, con el modelo de radio dependencia de ambos virus (de todas las células sanas o las infectadas con cada virus de radio dependencia: $s(t) \frac{v_1(t)}{s(t)+r_1 v_1(t)}$ y $i(t) \frac{v_2(t)}{i(t)+r_2 v_2(t)}$, o sea todas las s o i vs cada virus con radio de acción r_k ($k = 1, 2$): $\frac{v_1(t)}{s(t)+r_1 v_1(t)}$ y $\frac{v_2(t)}{i(t)+r_2 v_2(t)}$):

$$\begin{cases} \dot{s} = \Lambda - \alpha \frac{sv_1}{s+r_1 v_1} - \mu_s s, \\ \dot{i} = \alpha \frac{sv_1}{s+r_1 v_1} - \beta \frac{iv_2}{i+r_2 v_2} - \mu_i i, \\ \dot{d} = \beta \frac{iv_2}{i+r_2 v_2} - \mu_d d, \\ \dot{v}_1 = ai - pv_1, \\ \dot{v}_2 = bd - qv_2. \end{cases} \quad (7)$$

4. Con el Modelo de Enfermedad Infecciosa vía el Sistema Inmune.

$V(t)$ = “Concentración del patógeno en desarrollo (Antígeno al tiempo t)”

$C(t)$ = “Concentración de las células plasmáticas (Transportadores y productores de anticuerpos: células inmunocompetentes y productores de inmunoglobulinas)”

$F(t)$ = “Concentración de anticuerpos (Sustrato del sistema inmune, que neutraliza al antígeno: inmunoglobulinas y células receptoras)”

$m(t)$ = “Característica relativa al deterioro de algún órgano ”

a) Deducción del modelo para un sólo virus VIH-1:

$$\begin{cases} \dot{V}(t) = (\beta - \gamma F(t)) V(t) \\ \dot{C}(t) = \alpha \xi(m(t)) F(t - \tau) V(t - \tau) - \mu_c (C(t) - C^*) \\ \dot{F}(t) = \rho C(t) - (\mu_F - \eta \gamma V(t)) F(t) \\ \dot{m}(t) = \sigma V(t) - \mu_m m(t) \end{cases} \quad (8)$$

con las condiciones iniciales usuales para los sistemas de Ecuaciones Diferenciales (ED) con retardo sólo en la 2a. ecuación y en las variables $V(t - \tau)$ y $F(t - \tau)$, debido a la formación en cascada de las células del plasma:

$$\begin{cases} V(t) = V_0(t), \text{ si } t \in [t_0 - \tau, t_0] \\ F(t) = F_0(t), \text{ si } t \in [t_0 - \tau, t_0] \end{cases}, C(t_0) = C_0, m(t_0) = m_0$$

sin embargo por el contexto médico- biológico en el que se plantea el sistema de ED (8) y por los procesos ahí descritos (antes del tiempo inicial t_0 de contagio en el organismo del individuo no hay virus, luego $V(t) \equiv 0$, con $t < t_0$ y lo mismo para F) por lo cual quedan las condiciones iniciales para el sistema (8) como:

$$\begin{cases} V(t) = 0, \text{ si } t \in [t_0 - \tau, t_0] \\ F(t) = 0, \text{ si } t \in [t_0 - \tau, t_0] \end{cases}, C(t_0) = C_0, m(t_0) = m_0 \quad (9)$$

b) Deducción del modelo para células infectadas con incidencia estándar sólo por VIH-1.

$$\begin{cases} \dot{V}(t) = \beta V(t) - \gamma \frac{F(t)V(t)}{F(t)+V(t)} \\ \dot{C}(t) = \alpha \xi(m(t)) \frac{F(t-\tau)V(t-\tau)}{F(t-\tau)+V(t-\tau)} - \mu_c (C(t) - C^*) \\ \dot{F}(t) = \rho C(t) - \mu_F F(t) + \eta \gamma \frac{V(t)F(t)}{V(t)+F(t)} \\ \dot{m}(t) = \sigma V(t) - \mu_m m(t) \end{cases}$$

c) Deducción del modelo para células doblemente infectadas con incidencia estandar por VIH-1 y GBVC.

$$\text{En discusión} \quad (10)$$

d) Deducción del modelo para células doblemente infectadas con incidencia estándar y radio dependencia por VIH-1 y GBVC.

$$\text{En discusión} \quad (11)$$

5. Se tiene el análisis cualitativo preliminar de los modelos ya planteados.

Referencias

- [1] DELBRÜCK M., LURIA S.E. , *Interference between inactivated and bacterial virus and active virus of the same strain and of a different strain; Interference between inactivated and bacterial viruses. I. Interference between two bacterial viruses acting upon the same host, and the mechanism of virus growth.* Arch. Biochem., 1, 111-141, 1942.
- [2] LURIA, S. E., AND DELBRÜCK M., *Interference between bacterial viruses. II. Interference between inactivated bacterial virus and active virus of the same strain and of a different strain.* Arch. Biochem., 2, 207-218, 1942.
- [3] MARCHUK G.I., *Matematicheskie Modeli v Inmunologii.* Nauka, Moskva, 1985.
- [4] KRISTEN A. STAUFFER THOMPSON, GRZEGORZ A. REMPALA AND JOHN YIN, *Multiple-hit inhibition of infection by defective interfering particles.* Journal of General Virology (2009), 90, 888–899. DOI 10.1099/vir.0.005249-0888 005249 G 2009.

24. Método afín escala para resolver problemas de optimización lineal

Jhon Franklin Suarez Sánchez ³⁷ *jfss-6@hotmail.com*

Resumen

El método afín escala es uno de los métodos más elegantes del punto de vista geométrico para resolver problemas de optimización lineal. En este trabajo se presenta un método de punto interior afín escala para resolver el siguiente problema de programación lineal:

$$\text{mín } \{c^t x : Ax = b, x \geq 0\}.$$

Se dará a conocer el análisis de complejidad del método y se presentará la implementación computacional con sus respectivos aplicaciones. Luego se comentará de las ventajas de usar el método con respecto a otros métodos en la resolución de problemas de optimización lineal.

Referencias

- [1] D.BERTSIMAS Y J.N.TSITSIKLIS (1997)., *Introduction to Linear Optimization*, Athena Scientific, Belmont MA.
- [2] E. LAGES LIMA, *Análisis Real . vol.1*, IMPA, Rio de Janeiro, Brasil, 2005.
- [3] T.TSUCHIYA(1996)., *Affine Scaling Algorithm*.^{en} *Interior point Methods of mathematical programming*, ed.T.Terlaky, Kluwer Academic Publishers, The Netherlands.
- [4] R.J.VANDERBEI (1996)., *Linear Programming: Foundations and Extensions*, Kluwer Academic Publishers, Boston, USA.
- [5] A. IZMAILOV, M. SOLODOV, *Otimização Volume 1, Condições de Otimalidade, Elementos de Análise Convexa e de Dualidade*, IMPA, Rio de Janeiro, Brasil, 2005.

³⁷ *Universidad Nacional del Callao, Perú*

25. O esquema DCD no fenômeno da expansão bifásica de um jato evaporativo

Jorge Andrés Julca Avila ³⁸ *avila_jaj@ufsj.edu.br*

Resumen

O esquema numérico de captura de choque: “Dispersion-Controlled Dissipative” (DCD) é aplicado no fenômeno estacionário da evaporação rápida de jatos de líquidos metaestáveis num domínio axisimétrico 2D, correspondente à região bifásica. As equações que governam o fenômeno são as equações de conservação da massa, conservação da quantidade de movimento e conservação da energia, mais a equação de estado de Lee-Kesler. Resultados numéricos serão apresentados.

Referencias

- [1] AVILA, J. A. J.; PIMENTA, M. M. E SIMÕES-MOREIRA, J. R. *Numerical solution of the two-phase expansion of a metastable flashing liquid jet using the dispersion-controlled dissipative scheme*. International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 6, pag. 622- 637, 2010.
- [2] AVILA, J. A. J.; VIEIRA, M. M.; PIMENTA, M. M. E SIMÕES-MOREIRA, J. R. *Liquid Jet Flashing into a Low Pressure Environment: A Numerical Solution*. “39th AIAA Thermophysics Conference”, Miami, FL, 25-28 June, 2007.

³⁸ *Universidade Federal de São João del-Rei - UFSJ, Brasil*

26. Solução analítica da equação unidimensional da difusão de nêutrons com 2 grupos de energia em geometria cilíndrica homogênea pela transformada de Hankel

Julio Cesar Lombaldo Fernandes, Marco Tulio M. B. de Vilhena e Bardo Ernst Bodmann ³⁹ *jclfernandes@gmail.com*

Resumen

Neste trabalho, seguindo a idéia de Gonçalves em [2], resolvemos a equação da difusão unidimensional de nêutrons, para o modelo de dois grupos de energia em geometria cilíndrica homogênea, pela Transformada de Hankel [1]. A idéia básica consiste na aplicação da Transformada de Hankel na equação de difusão de nêutrons. A solução analítica do problema matricial transformado pela técnica de diagonalização de matriz, bem como obtenção do fluxo escalar de nêutrons para os dois grupos de energia pela inversão do fluxo transformado, usando propriedades da transformada de Hankel. Apresentamos resultado para o fluxo rápido e térmico bem como comparação com resultados da literatura.

Referencias

- [1] SNEDDON, I. N. , *The use of Integral Transforms*, 1st ed., McGraw-Hill Book Company, 1972.
- [2] G.A. GONÇALVES, S.Q. BOGADO, M.T. DE VILHENA , *Solution of the neutron transport problem with anisotropic scattering in cylindrical geometry by the decomposition method*. Annals of Nuclear Energy, V. 36 Issue 1, January 2009.

³⁹ *Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil*
Departamento de Matemática Aplicada

27. Introducción a los complejos p -ádicos

Henry Zorrilla Masías ⁴⁰ *hzorrilla@pucp.edu.pe*

Resumen

Cuando en la definición de métrica afinamos la desigualdad triangular para que se cumpla $d(x, y) \leq \max\{d(x, z), d(z, y)\}$ (la llamada desigualdad ultramétrica) estamos ante un espacio ultramétrico. Mediante el cual podemos definir la valuación p ádica para obtener la compleción Q_p de Q con respecto a la norma p -ádica. Ésta al igual que \mathbb{R} , no es algebraicamente cerrada. Sin embargo, como su clausura algebraica Q_p^a no es espacio de Baire, es imposible que sea un espacio métrico completo. Al completarlo con dicha valuación obtenemos el cuerpo de los complejos p -ádicos C_p , el análogo a los números complejos. A pesar del parecido que se puede apreciar en los detalles de la construcción cabe mencionar que existen grandes diferencias entre estos dos conjuntos, por ejemplo notando que la norma de C_p^* es densa en $\langle 0, \infty \rangle$ se concluye que no es esféricamente completo. Además mostraremos que podemos construir su compleción esférica. Y esté a su vez es algebraicamente cerrado gracias a que C_p es algebraicamente cerrado.

Referencias

- [1] A. ROBERT, *A course in p -adic Analysis*, Springer Verlag, Nueva York, 2000.
- [2] MIGUEL GRADOS F. Nociones de análisis complejo p -ádico, *Tesis de Maestría PUCP*, 2010.
- [3] PETER SCHNEIDER, *Nonarchimedean Functional Analysis*, 2005.
- [4] VAN ROOVIJ, A. C. M. *Non Archimedean Functional Analysis*, Marcel Dekker, New York, 1978.
- [5] W. H. SCHIKHOF, *Ultrametric Calculus: An Introduction to p -adic analysis*, Cambridge in advanced mathematics 4, 1984.

⁴⁰*Pontificia Universidad Católica del Perú*